TRIGONOMETRIA

PROFESORA ALICIA FUENTES GONZALEZ

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

La trigonometría es una aplicación directa de la geometría y del álgebra a la medida de los ángulos y a la resolución de los triángulos.

La trigonometría comienza por enseñar la naturaleza exacta de los lados y ángulos de un triángulo, y para éste objeto emplea las razones de los lados. Éstas razones se llaman funciones trigonométricas.

FUNCIONES TRIGONOMÉRTICAS

$$\text{SENO} = \frac{\text{cateto opuesto (c.o.)}}{\text{hipotenusa (h)}}$$

$$\text{COSENO} = \frac{\text{cateto adyacente (c.a.)}}{\text{hipotenusa (h)}}$$

$$\text{TANGENTE} = \frac{\text{cateto opuesto (c.o.)}}{\text{cateto adyacente (c.a.)}}$$

$$\text{COTANGENTE} = \frac{\text{cateto adyacente (c.a.)}}{\text{cateto opuesto (c.o.)}}$$

$$\text{SECANTE} = \frac{\text{hipotenusa (h)}}{\text{cateto adyacente (c.a.)}}$$

$$\text{COSECANTE} = \frac{\text{hipotenusa (h)}}{\text{cateto opuesto (c.o.)}}$$

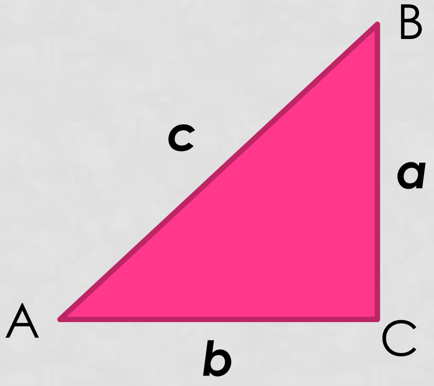
Las definiciones anteriores, son fáciles de aprenderse de memoria, observando que las tres primeras son recíprocas respectivamente de las tres últimas, tal como lo muestran las flechas en el esquema.

Al trabajar con un triángulo rectángulo cualquiera, es conveniente:

- Designar los vértices de los ángulos como ***A, B, C***.
- Los **ángulos agudos** de los triángulos como **<*A*, <*B*** y el **< C = sería el ángulo recto o de 90°.**
- Los lados opuestos a los ángulos se nombran con minúsculas ***a, b, c.***
- Al lado ***c*** se le llama ***hipotenusa***, mientras que ***a, b*** son los catetos.

A continuación estudiaremos la seis relaciones entre los lados y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo :

Tracemos un triángulo rectángulo ABC con <A y <B como ángulos agudos. Si nos referimos al ángulo A:



El cateto opuesto es ***a***
El cateto adyacente es ***b***
La hipotenusa es ***c***

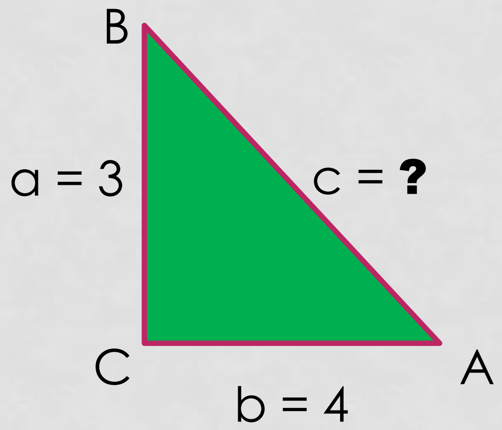
Por lo tanto las razones trigonométricas quedarían:

$$\text{sen } A = \frac{a}{c} \qquad \cot A = \frac{b}{a}$$

$$\cos A = \frac{b}{c} \qquad \sec A = \frac{c}{b}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} \qquad \csc A = \frac{c}{a}$$

Ejemplo 1: Calcular las funciones trigonométricas del ángulo A en el siguiente triángulo rectángulo cuyos catetos son a = 3, b = 4.



Iniciaríamos calculando la medida de la hipotenusa para poder contar con la medida de los tres lados del triángulo, para lo cual utilizaremos el teorema de Pitágoras:

$c^2 = a^2 + b^2$ despejando tenemos $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Sustituyendo: $c = \sqrt{3^2 + 4^2}$ **$c = 5$**

Aplicando las definiciones de funciones trigonométricas tendríamos

$$\text{sen } A = \frac{3}{5} = 0.6 \qquad \cot A = \frac{4}{3} = 1.333$$

$$\cos A = \frac{4}{5} = 0.8 \qquad \sec A = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$\tan A = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad \csc A = \frac{5}{3} = 1.666$$

La longitud de un ángulo en un triángulo rectángulo, depende de la razón existente entre dos lados cualesquiera del triángulo; es decir **¿**Qué le sucedería a la longitud del ángulo ***A*** cuando el lado ***a*** aumenta, permaneciendo constante el lado ***b*?** El ángulo ***A*** aumenta en magnitud